概率论与数理统计

第八章 · 假设检验

2020 年 2 月 12 日

■ 暨南大学数学系 ■ 吕荐瑞

第一节	假设检验的基本概念
第二节	单个正态总体的参数检验
第三节	两个正态总体的参数检验

假设检验

统计推断的另一种形式是假设检验.

假设检验

统计推断的另一种形式是假设检验.

所谓假设检验，就是根据样本的信息检验总体的分布参数或分布形式是否具有事先给定的取值或特征.

假设检验

假设检验分为参数检验和非参数检验两类.

假设检验

假设检验分为参数检验和非参数检验两类.

非参数检验则是研究总体分布未知情形下的假设检验问题.

假设检验

假设检验分为参数检验和非参数检验两类.

非参数检验则是研究总体分布未知情形下的假设检验问题.

例如，对 49 个人的总胆固醇含量进行采样，检验样本是否服从正态分布（期望与方差未知）.

假设检验

假设检验分为参数检验和非参数检验两类.

假设检验

假设检验分为参数检验和非参数检验两类.

参数检验是指在总体分布已知情形下，检验未知参数取某个确定值的假设能否为我们接受.

假设检验

假设检验分为参数检验和非参数检验两类.

参数检验是指在总体分布已知情形下，检验未知参数取某个确定值的假设能否为我们接受.

例如，对一个正态总体，检验其均值是否为某一给定的（已知）常数 μ_0，或检验其方差是否小于等于某一给定的（已知）常数 σ_0^2.

假设检验

例 1　某工厂生产 10 欧姆的电阻．根据以往生产的电阻实际情况，可以认为：电阻值 X 服从正态分布 $N(\mu, 0.1^2)$．现在随机抽取 10 个电阻，测得它们的电阻值为

$$9.9,\ 10.1,\ 10.2,\ 9.7,\ 9.9,$$
$$9.9,\ 10.0,\ 10.5,\ 10.1,\ 10.2.$$

问，从样本来看，我们能否认为该厂生产的电阻的平均值 $\mu = 10$ 欧姆？

假设检验

在数理统计中，把“均值 $\mu = 10$”这样一个待检验的假设称为原假设或零假设，记为

$$H_0 : \mu = 10.$$

假设检验

在数理统计中，把“均值 $\mu = 10$”这样一个待检验的假设称为原假设或零假设，记为

$$H_0 : \mu = 10.$$

原假设的对立面是“均值 $\mu \neq 10$”，称为备择假设或对立假设，记为

$$H_1 : \mu \neq 10.$$

假设检验

在数理统计中，把“均值 $\mu = 10$”这样一个待检验的假设称为原假设或零假设，记为

$$H_0 : \mu = 10.$$

原假设的对立面是“均值 $\mu \neq 10$”，称为备择假设或对立假设，记为

$$H_1 : \mu \neq 10.$$

通常把原假设和备择假设合写在一起，就是

$$H_0 : \mu = 10 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu \neq 10.$$

假设检验

参数的假设检验主要用置信区间的方法，步骤如下：

1. 根据实际问题，提出原假设 H_0 与备择假设 H_1

假设检验

参数的假设检验主要用置信区间的方法，步骤如下：

1. 根据实际问题，提出原假设 H_0 与备择假设 H_1
2. 假定 H_0 成立，选择分布已知的统计量

假设检验

参数的假设检验主要用置信区间的方法，步骤如下：

1. 根据实际问题，提出原假设 H_0 与备择假设 H_1
2. 假定 H_0 成立，选择分布已知的统计量
3. 计算统计量的临界值，由此划分拒绝域与接受域

假设检验

参数的假设检验主要用置信区间的方法，步骤如下：

1. 根据实际问题，提出原假设 H_0 与备择假设 H_1
2. 假定 H_0 成立，选择分布已知的统计量
3. 计算统计量的临界值，由此划分拒绝域与接受域
4. 根据样本观测值，计算统计量的观测值

假设检验

参数的假设检验主要用置信区间的方法，步骤如下：

1. 根据实际问题，提出原假设 H_0 与备择假设 H_1
2. 假定 H_0 成立，选择分布已知的统计量
3. 计算统计量的临界值，由此划分拒绝域与接受域
4. 根据样本观测值，计算统计量的观测值
5. 检查观测值所在区域，并作出结论

假设检验

参数的假设检验主要用置信区间的方法，步骤如下：

1. 根据实际问题，提出原假设 H_0 与备择假设 H_1
2. 假定 H_0 成立，选择分布已知的统计量
3. 计算统计量的临界值，由此划分拒绝域与接受域
4. 根据样本观测值，计算统计量的观测值
5. 检查观测值所在区域，并作出结论
   - 如果落在拒绝域，则拒绝原假设 H_0

假设检验

参数的假设检验主要用置信区间的方法，步骤如下：

1. 根据实际问题，提出原假设 H_0 与备择假设 H_1
2. 假定 H_0 成立，选择分布已知的统计量
3. 计算统计量的临界值，由此划分拒绝域与接受域
4. 根据样本观测值，计算统计量的观测值
5. 检查观测值所在区域，并作出结论
   - 如果落在拒绝域，则拒绝原假设 H_0
   - 如果落在接受域，则接受原假设 H_0

两类错误

由于人们判断检验假设 H_0 是否成立的依据是一组样本，也就是由部分来推断整体，因而假设检验不可能绝对准确，也可能犯错误，错误有两类:

1. 第一类错误：原假设 H_0 符合实际情况，而检验结果把它否定了，这称为弃真错误.
2. 第二类错误：原假设 H_0 不符合实际情况，而检验结果把它肯定了，这称为取伪错误.

两类错误

		实际情况	
		H_0 为真	H_0 为假
检验结果	拒绝 H_0	第一类错误	正确
	接受 H_0	正确	第二类错误

两类错误

在检验问题中，犯“弃真”和“取伪”两类错误都总是不可避免的.

两类错误

在检验问题中，犯“弃真”和“取伪”两类错误都总是不可避免的.

在样本容量给定的条件下，不能同时控制犯两类错误的概率：

- 减小第一类错误的概率 ⇨ 增大第二类错误的概率
- 减小第二类错误的概率 ⇨ 增大第一类错误的概率

假设检验

在统计学中，通常控制犯第一类错误的概率．一般事先选定一个数 α $(0 < \alpha < 1)$，要求犯第一类错误的概率不超过 α.

假设检验

在统计学中，通常控制犯第一类错误的概率．一般事先选定一个数 α $(0 < \alpha < 1)$，要求犯第一类错误的概率不超过 α.

称 α 为假设检验的显著性水平或检验水平.

两类错误

		H_0: 今天下雨	
		H_0 为真	H_0 为假
检验结果	拒绝 H_0 不带伞	第一类错误 全身湿透	正确 风和日丽
	接受 H_0 带伞	正确 雨中漫步	第二类错误 多此一举

第一节 假设检验的基本概念

第二节 单个正态总体的参数检验

第三节 两个正态总体的参数检验

第二节	单个正态总体的参数检验
A	正态总体均值的检验
B	正态总体方差的检验

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差 σ^2 已知，检验假设

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu \neq \mu_0.$$

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差 σ^2 已知，检验假设

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu \neq \mu_0.$$

检验方法：

1. 检验统计量为 $Z := \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$.
2. 拒绝域为 $|Z| \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}$.

单正态总体均值的检验

练习 1　假定某厂生产一种钢索，它的断裂强度（单位：kg/cm^2）服从正态分布 $N(\mu, 40^2)$. 从中选取一个容量为 9 的样本，得 $\bar{x} = 780$. 能否认为这批钢索的断裂强度为 800 ($\alpha = 0.05$)?

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差未知，检验假设

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu \neq \mu_0.$$

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差未知，检验假设

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu \neq \mu_0.$$

检验方法：

1. 检验统计量为 $T := \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$.
2. 拒绝域为 $|T| \geq t_{n-1}(\frac{\alpha}{2})$.

单正态总体均值的检验

例 1　某工厂生产 10 欧姆的电阻．根据以往生产的电阻实际情况，可以认为：电阻值 X 服从正态分布（方差未知）．现在随机抽取 10 个电阻，测得它们的电阻值为

$$9.9,\ 10.1,\ 10.2,\ \ 9.7,\ \ 9.9,$$
$$9.9,\ 10.0,\ 10.5,\ 10.1,\ 10.2.$$

问，从样本来看，我们能否认为该厂生产的电阻的平均值 $\mu = 10$ 欧姆 $(\alpha = 0.05)$？

单正态总体均值的检验

练习 2　从新生女婴中随机抽取 20 个，测得平均体重为 3160 克，样本标准差为 300 克．而根据统计资料，过去新生女婴的平均体重为 3140 克（假设新生女婴体重服从正态分布），问现在与过去的新生女婴体重有无显著差异 ($\alpha = 0.05$)?

单正态总体均值的检验

在实际问题中，根据所关注结果的特征，也会选取

$$H_1 : \mu > \mu_0 \text{ 或者 } H_1 : \mu < \mu_0$$

作为原假设 $H_0 : \mu = \mu_0$ 的备择假设．检验时也相应将拒绝域改为单侧，这样的检验称为单侧检验．

单正态总体均值的检验

例如，工厂生产的产品的某项质量指标服从均值为 μ_0 的正态分布；采用新技术后，产品的质量指标服从均值为 μ 的正态分布.

单正态总体均值的检验

例如，工厂生产的产品的某项质量指标服从均值为 μ_0 的正态分布；采用新技术后，产品的质量指标服从均值为 μ 的正态分布.

我们关心的问题是：新技术是否给产品的质量指标带来提升．因此，设定假设为

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu > \mu_0.$$

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差 σ^2 已知，单侧检验

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu > \mu_0 \ (\mu < \mu_0).$$

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差 σ^2 已知，单侧检验

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu > \mu_0 \ (\mu < \mu_0).$$

检验方法：

1. 检验统计量为 $Z := \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$.
2. 拒绝域为 $Z \geq Z_\alpha$ $(Z \leq -Z_\alpha)$.

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差未知，单侧检验

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu > \mu_0 \ (\mu < \mu_0).$$

单正态总体均值的检验

单个正态总体，方差未知，单侧检验

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \mu > \mu_0 \ (\mu < \mu_0).$$

检验方法：

1. 检验统计量为 $T := \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$.
2. 拒绝域为 $T \geq t_{n-1}(\alpha)$ $(T \leq -t_{n-1}(\alpha))$.

单正态总体均值的检验

例 2　某厂生产一种工业用绳，其质量指标是绳子所承受的最大拉力．该指标服从均值 $\mu_0 = 15\text{kg}$ 的正态分布．现在采用一种新材料，从新产品中随机抽取 50 件，测得它们所承受的最大拉力的平均值为 15.8kg，样本标准差 $S = 0.5\text{kg}$．取显著性水平 $\alpha = 0.01$．问从这些样本看：能否认为新材料提高了绳子的质量．

单正态总体均值的检验：总结

条件	单个正态总体，方差 σ^2 已知		
原假设	$H_0: \mu = \mu_0$		
备择假设	$\mu < \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$
统计量	$Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$		
拒绝域	$Z \leq -Z_\alpha$	$\lvert Z \rvert \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}$	$Z \geq Z_\alpha$

单正态总体均值的检验：总结

条件	单个正态总体，方差未知		
原假设	$H_0 : \mu = \mu_0$		
备择假设	$\mu < \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\mu > \mu_0$
统计量	$T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$		
拒绝域	$T \leq -t_{n-1}(\alpha)$	$\lvert T \rvert \geq t_{n-1}(\frac{\alpha}{2})$	$T \geq t_{n-1}(\alpha)$

第二节	单个正态总体的参数检验
A	正态总体均值的检验
B	正态总体方差的检验

单个正态总体方差的检验

单个正态总体，检验假设

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2.$$

单个正态总体方差的检验

单个正态总体，检验假设

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2.$$

检验方法：

1. 检验统计量为 $\chi^2 := \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$.
2. 拒绝域为 $\chi^2 \geq \chi^2_{n-1}(\frac{\alpha}{2})$ 或 $\chi^2 \leq \chi^2_{n-1}(1-\frac{\alpha}{2})$.

单个正态总体方差的检验

检验目标	单个正态总体的方差		
原假设	$H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$		
备择假设	$\sigma^2 < \sigma_0^2$	$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$\sigma^2 > \sigma_0^2$
统计量	$\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2_{n-1}$		
拒绝域	$\chi^2 \leq \chi^2_{n-1}(1-\alpha)$	$\chi^2 \geq \chi^2_{n-1}(\frac{\alpha}{2})$ 或 $\chi^2 \leq \chi^2_{n-1}(1-\frac{\alpha}{2})$	$\chi^2 \geq \chi^2_{n-1}(\alpha)$

单个正态总体方差的检验

例 3　某公司生产的发动机部件的直径服从正态分布. 该公司称它的标准差 $\sigma = 0.048$ 厘米，现随机抽取 5 个部件，测得它们的直径（单位：厘米）为

$$1.32,\ 1.55,\ 1.36,\ 1.40,\ 1.44.$$

取 $\alpha = 0.05$，问：

(1) 能否认为 $\sigma^2 = 0.048^2$？

(2) 能否认为 $\sigma^2 \leqslant 0.048^2$？

练习 3　机器包装食盐，假设每袋盐的净重服从正态分布，规定每袋标准重量为 500g，标准差不能超过 10g．某天开工后，为检查其机器工作是否正常，从装好的食盐中随机抽取 9 袋，测量得：

$$\overline{x} = 499\text{g}, \quad s^2 = 256\text{g}^2.$$

问这几天包装机工作是否正常（$\alpha = 0.05$）？

复习与提高：检验假设的选定

H_0 和 H_1 的地位不是对等的．选择 H_0 和 H_1 的原则

1. 使得后果严重的错误为第一类错误
2. 使得 H_0 为维持现状，比如“无改进”等

在单侧检验中，通常让 H_0 对应含等号的不等式．

第一节 假设检验的基本概念

第二节 单个正态总体的参数检验

第三节 两个正态总体的参数检验

第三节	两个正态总体的参数检验
A	两个正态总体均值的比较
B	两个正态总体方差的比较

两个正态总体均值的比较

在应用上，经常会遇到两个正态总体均值的比较问题.

两个正态总体均值的比较

在应用上，经常会遇到两个正态总体均值的比较问题.

例如，比较甲、乙两厂生产的某种产品的质量．将两厂生产的产品的质量指标分别看成正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$．比较它们的产品质量指标的问题，就变为比较这两个正态总体的均值 μ_1 和 μ_2 的问题.

两个正态总体均值的比较

设 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 分别为抽自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本，记

两个正态总体均值的比较

设 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 分别为抽自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本，记

$\overline{X}$ 和 S_1^2 分别为第一组样本的均值和方差；

两个正态总体均值的比较

设 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 分别为抽自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本，记

$\overline{X}$ 和 S_1^2 分别为第一组样本的均值和方差；

$\overline{Y}$ 和 S_2^2 为第二组样本的均值和方差.

两个正态总体均值的比较

已知 σ_1^2, σ_2^2，检验假设

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2.$$

两个正态总体均值的比较

已知 σ_1^2, σ_2^2，检验假设

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2.$$

分析：定义统计量

$$Z := \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\sigma_1^2/m + \sigma_2^2/n}}.$$

则 Z 在假设成立的条件下服从 $N(0,1)$ 分布.

两个正态总体均值的比较

条件	两个正态总体，方差 σ_1^2, σ_2^2 已知		
原假设	$H_0: \mu_1 = \mu_2$		
备择假设	$\mu_1 < \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$
统计量	$Z = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\sigma_1^2/m + \sigma_2^2/n}} \sim N(0,1)$		
拒绝域	$Z \leq -Z_\alpha$	$\lvert Z \rvert \geq Z_{\frac{\alpha}{2}}$	$Z \geq Z_\alpha$

两个正态总体均值的比较

未知 σ_1^2, σ_2^2，但知道 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$，检验假设

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2.$$

两个正态总体均值的比较

未知 σ_1^2, σ_2^2，但知道 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$，检验假设

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2.$$

分析：定义统计量

$$T := \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{(m-1)S_1^2 + (n-1)S_2^2}{m+n-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}.$$

则 T 在假设成立的条件下服从 t_{m+n-2} 分布.

两个正态总体均值的比较

条件	两个正态总体，方差未知但相等		
原假设	$H_0: \mu_1 = \mu_2$		
备择假设	$\mu_1 < \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$
统计量	$T = \dfrac{\overline{X} - \overline{Y}}{\sqrt{\frac{(m-1)S_1^2+(n-1)S_2^2}{m+n-2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}}$		
拒绝域	$T \leq -t_{m+n-2}(\alpha)$	$\lvert T \rvert \geq t_{m+n-2}(\frac{\alpha}{2})$	$T \geq t_{m+n-2}(\alpha)$

例 1　检验 A、B 两种药物的吸收性，挑选 14 名身体情况相似的患者，并随机指定其中 8 人服用药品 A，剩下 6 人服用药品 B．服药 2 小时后，病人血液中药物浓度分别为：

A： $1.23, 1.42, 1.41, 1.62, 1.55, 1.51, 1.60, 1.76.$

B： $1.76, 1.41, 1.87, 1.49, 1.67, 1.81.$

假定这两组观测值分别抽自方差相同的两个正态总体，试在显著性水平 $\alpha = 0.10$ 下，检验病人血液中药物的浓度是否显著的不同？

两个正态总体均值的比较

练习 1　一篇论文中介绍了生产聚乙烯管时，使用某种熔合方法与否所得产品抗拉强度的数据：

未使用：　$m = 10$　$\bar{x} = 2902.8$　$s_1 = 277.3$

使用：　$n = 8$　$\bar{y} = 3108.1$　$s_2 = 205.9$

问在 $\alpha = 0.05$ 时，是否可以认为该方法显著提高了产品的抗拉强度（假设都服从方差相同的正态分布）？

第三节	两个正态总体的参数检验
A	两个正态总体均值的比较
B	两个正态总体方差的比较

两个正态总体方差的比较

设 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 分别为抽自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本，记

两个正态总体方差的比较

设 $X_1, X_2, \cdots, X_m$ 与 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_n$ 分别为抽自正态总体 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 的样本，记

S_1^2 为第一组样本的方差；S_2^2 为第二组样本的方差.

两个正态总体方差的比较

检验假设

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

两个正态总体方差的比较

检验假设

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad \longleftrightarrow \quad H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

检验方法：

1. 检验统计量 $F := \dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{m-1,n-1}$
2. 拒绝域 $F \geq F_{m-1,n-1}(\frac{\alpha}{2})$ 或 $F \leq F_{m-1,n-1}(1-\frac{\alpha}{2})$.

两个正态总体方差的比较

检验目标	两个正态总体的方差		
原假设	$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$		
备择假设	$\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$\sigma_1^2 > \sigma_2^2$
统计量	$F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} \sim F_{m-1,n-1}$		
拒绝域	$F \leq F_{m-1,n-1}(1-\alpha)$	$F \geq F_{m-1,n-1}(\frac{\alpha}{2})$ 或 $F \leq F_{m-1,n-1}(1-\frac{\alpha}{2})$	$F \geq F_{m-1,n-1}(\alpha)$

两个正态总体方差的比较

例 2　甲乙两厂生产同一种电阻，现从甲乙两厂的产品中分别随机地抽取 12 个和 10 个样品，测得它们的电阻值后，计算出样本方差分别为 $S_1^2 = 1.40$, $S_2^2 = 4.38$. 假设两厂生产的电阻的电阻的阻值分别服从 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$，在显著性水平 $\alpha = 0.10$ 下，是否可以认为两厂生产的电阻值的方差：

(1) $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$;　　(2) $\sigma_1^2 \leqslant \sigma_2^2$.

两个正态总体方差的比较

练习 2　在 10 个相同的地块上对甲、乙两种玉米进行品种比较试验，得如下资料（单位：kg）

甲：	951	966	1008	1082	983
乙：	730	864	742	774	990

$$\bar{x}_1 = 998, s_1^2 = 2653.5;\ \bar{x}_2 = 820, s_2^2 = 11784.$$

假定农作物产量服从正态分布，检验这两个总体的方差是否相等（$\alpha = 0.05$）.

例 3　分别从某年 12 月及 6 月的新生儿中抽取若干名，测其体重如下（单位：克）

3520	2960	3220	3220	3760	3000
2560	1960	2920	3740	3060	3080
3260	3960	2940	3060		

12 月：$s_1^2 \approx 505667$　　6 月：$s_2^2 \approx 93956$

假定新生儿体重服从正态分布，问体重的方差是否冬季明显超过夏季（$\alpha = 0.05$）?

复习 1　从两处煤矿各抽样数次，分析其含灰率如下：

甲煤矿	24.3	20.8	23.7	21.3	17.4
乙煤矿	18.2	16.9	20.2	16.7	

假定各煤矿含灰率都服从正态分布，问甲、乙两煤矿的含灰率有无显著差异（$\alpha = 0.05$）?